

4ETI IMI, Examen [Géométrie]

Géométrie, modélisation graphique et programmation 3D

CPE Lyon

2014-2015 (1ere session)
durée 2h

Une feuille A4 manuscrite autorisée. Tout autre document interdit. Calculatrices interdites.

Répondez aux questions sur une copie et non sur le sujet.

Le sujet comporte 2 pages

Le barème approximatif est indiqué pour les grandes parties. Notez que le barème est donné à titre purement indicatif et pourra être adapté par la suite.

En cas de doute sur la compréhension de l'énoncé, explicitez ce que vous comprenez et poursuivez l'exercice dans cette logique.

Illustrez au maximum vos réponses de schémas.

1 Forme fondamentale

(6 points)

Soit un ensemble particulier de surfaces paramétriques que l'on appelle *Champ de hauteur* (ou height field en anglais). Les champs de hauteur sont des surfaces que l'on peut écrire sous la forme

$$S : (u, v) \rightarrow (u, v, f(u, v)),$$

avec f une fonction à valeur dans \mathbb{R} que l'on considérera au moins de classe C^2 .

Question 1 *Donnez 2 exemples de surfaces bien différentes que l'on peut représenter sous la forme d'un champ de hauteur (autre que le plan ou une surface de type Gaussienne).*

Question 2 *Donnez 2 exemples de surfaces bien différentes que l'on ne peut pas représenter sous la forme d'un champ de hauteur. Expliquez clairement pourquoi.*

Question 3 *Donnez la première forme fondamentale d'un champ de hauteur quelconque en fonction de la fonction f et de ses dérivées.*

On considère désormais f comme étant une surface Gaussienne, c'est à dire que

$$f : (x, y) \rightarrow \exp(-(x^2 + y^2)/\sigma^2).$$

Question 4 *Exprimez la première forme fondamentale dans ce cas précis.*

Pensez qu'il peut être intéressant de poser des variables intermédiaires pour simplifier l'écriture du résultat. Notez qu'il ne devrait pas y avoir de calcul particulièrement long à faire.

Lorsque l'on souhaite appliquer une texture sur un champs de hauteur, une paramétrisation triviale des coordonnées de textures (s, t) consiste à considérer $(s, t) = (x, y)$.

Question 5 *Que vaut la première forme fondamentale au point $(x, y) = (0, 0)$ de la surface Gaussienne ? Que pouvez vous déduire au vu de ce résultat vis à vis de l'application de texture cité précédemment ?*

2 Cours

(5 points)

Répondez le plus précisément possible aux questions suivantes, n'oubliez pas qu'il est important d'illustrer vos réponses de schémas.

Question 6 *Décrivez précisément la différence entre la notion de continuité C^2 et G^2 .*

Question 7 *Une sphère est-elle topologiquement équivalente à un tore ? Expliquez pourquoi.*

Question 8 *Quelle méthodologie de modélisation permet de traiter aisément un changement de topologie ?*

Question 9 *Qu'est ce qu'un L-System ?*

Question 10 *Qu'est ce qu'une surface bi-linéaire ? Donnez en particulier son equation et ses paramètres.*

3 Courbe paramétrique

(2 points)

On considère 5 points distincts et non alignés du plan (A, B, C, D, E) . Ces 5 points définissent les sommets d'un polygone de contrôle. On considère la courbe B-Spline cubique associée à (A, B, C, D) , puis celle à (B, C, D, E) .

Question 11 *Dessinez sur votre feuille les points (A, B, C, D, E) , et esquissez l'allure des deux B-Spline décrites.*

4 Transformation

(3 points)

Soit la matrice M de transformation de l'espace telle que

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 3 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}.$$

Question 12 *Que représente cette matrice lorsqu'elle est appliquée à une position $\mathbf{p} = (x, y, z, 1)$? Caractérisez cette transformation le plus précisément possible.*

Question 13 *Donnez la matrice représentant une rotation de l'espace d'angle θ autour de l'axe $(1, 0, 0)$.*

5 Modélisation

(4 points)

Question 14 *Expliquez les avantages et les inconvénients de l'utilisation des fractales pour la modélisation 3D. Donnez des exemples pour appuyer vos propos.*