NOM :

PRENOM :

4ETI IMI, Examen [Géométrie, programmation 3D, modélisation graphique]

CPE Lyon

2015-2016 (1ere session)

Durée: 1h30

Documents autorisés. Calculatrice interdite.

Répondez aux questions directement sur l'énoncé

Le sujet comporte 7 pages

En cas de doute sur la compréhension de l'énoncé, explicitez ce que vous comprenez et poursuivez l'exercice dans cette logique.

1- Modélisation par maillage et bruit de Perlin

1.1 Construction du maillage

On cherche à construire une surface plane d'équation $y = 0$. Cette surface est échantillonnée de manière régulière par $N_u \times N_v$ sommets. Les sommets sont reliés par des triangles afin de former un maillage.

Les sommets de la surface varient de manière linéaire entre les coordonnées $x \in [x_1, x_2]$, et $z \in [z_1, z_2]$. Les paramètres $N_u, N_v, x_1, x_2, z_1, z_2$ sont considérés comme des variables.

Voici le code similaire au cas du TP permettant de remplir une classe de type `mesh` par les sommets et triangles représentant cette surface. Notez que ce code possède des parties non complétées notées `CODE_1/../5`.

```
float const x1 = -0.5f;
float const x2 =  0.5f;
float const z1 = -0.5f;
float const z2 =  0.5f;

int const Nu = 500;
int const Nv = 500;


```

```
for(int ku=0 ; ku<Nu ; ++ku)
{
    float const u = ku/(Nu-1.0f);
    for(int kv=0 ; kv<Nv ; ++kv)
    {
        float const v = kv/(Nv-1.0f);

        float const x = ... CODE_1 ...
        float const y = 0;
        float const z = ... CODE_2 ...

        vec3 p = {x,y,z};

        mesh.add_vertex( p );
    }
}

for(int ku=0 ; ku<Nu-1 ; ++ku)
{
    for(int kv=0 ; kv<Nv-1 ; ++kv)
    {
        ... CODE_3 ...
        mesh.add_triangle_index( {... CODE_4 ...} );
        mesh.add_triangle_index( {... CODE_5 ...} );
    }
}
```

Question 1 *5 points , 20 min.*
Donnez le code manquant pour chaque partie indiquée. Notez que la partie `CODE_3` *est optionnelle, mais peut permettre de simplifier l'écriture de* `CODE_4` *et* `CODE_5`*.*

	Code à compléter
Code 1	
Code 2	
Code 3	
Code 4	
Code 5	

1.2 Analyse d'un bruit de Perlin

On cherche par la suite à affecter une hauteur y dépendante des paramètres (u, v) à la surface. Cette hauteur est donnée sous la forme d'un bruit de Perlin.

On considèrera la définition suivante: Soit ϕ une fonction de bruit lisse (continue, dérivable) pseudo-aléatoire. Le bruit de perlin est donné par la relation

$$\phi_{N,\alpha}(x) := \sum_{k=0}^{k=N} \alpha^k \, \phi(2^k \, x) \quad ,$$

avec N le nombre d'octaves, et α le facteur d'atténuation compris entre $[0, 1]$. x est la variable spatiale dans $\mathbb{R}$, $\mathbb{R}^2$, ou $\mathbb{R}^3$.

Similairement au cas du TP, on initialise un générateur de bruit de Perlin avec le code suivant:

```
int const N = 9;
float const alpha = 0.4f;
float const h     = 0.3f;
float const s     = 1.0f;
float const o     = 0.0f;
perlin p(N,alpha);
```

Dans la boucle de construction des sommets, on affecte désormais la valeur y à l'aide du code suivant

```
        vec2 const uv = {u+o,v+o};
        float const y = h*p( s*uv );
```

Le résultat obtenu est montré en figure 1.

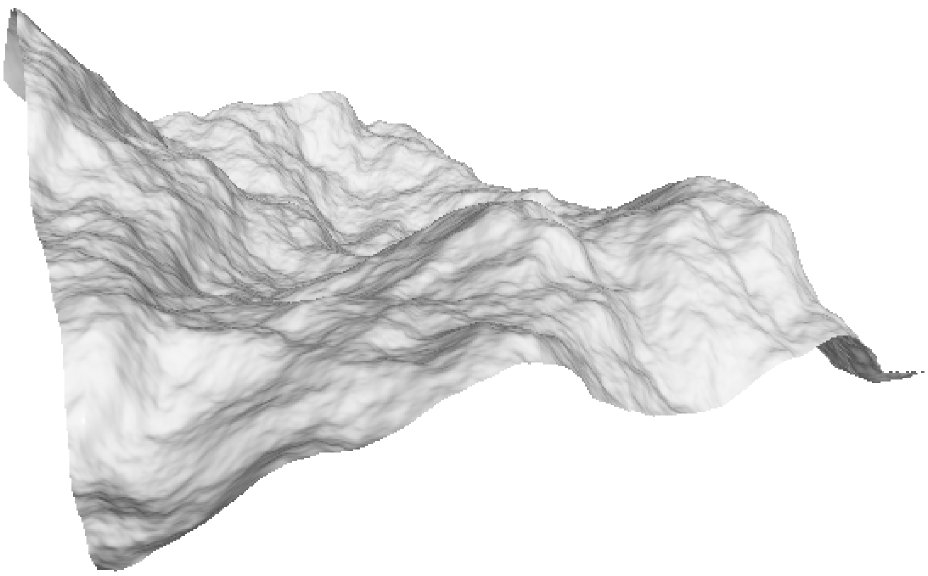

Figure 1: Surface obtenue à l'aide du bruit de Perlin.

La figure 2 montre 6 variantes de cette montagne. Pour chaque cas correspondant aux lettres a à f, un (et un seul) paramètre parmi: alpha, N, h, s, et o, a été modifié. Le cas de référence est rappelé en haut à gauche.

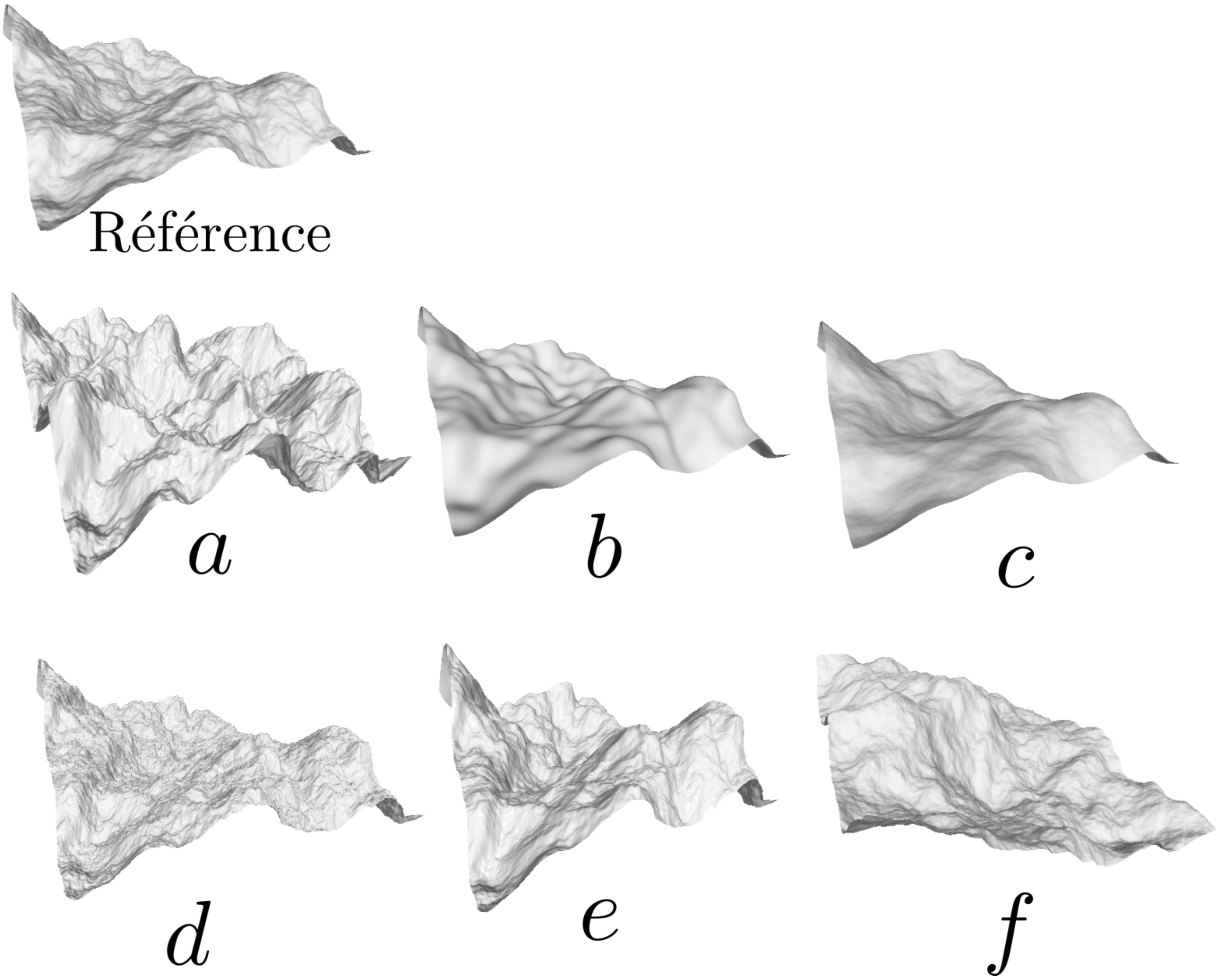

Figure 2: Surfaces obtenues en modifiant l'un des paramètres.

Question 2 *5 points , 20 min.*
Pour chaque cas de a à f, indiquez quel paramètre a été modifié, et si possible, donnez approximativement la valeur correspondante lorsque cela se justifie.

Figure	Nom du paramètre modifié	Valeur associée au paramètre modifié
a		
b		
c		
d		
e		
f		

2- Courbes paramétriques B-Spline

On rappelle qu'une courbe B-spline cubique uniforme peut s'écrire sous la forme

$$S(t) = \sum_{k=0}^{k=3} b_k(t)\, P_k \quad ,$$

avec $t \in [0, 1]$, et $b_k(t)$ étant les fonctions de bases B-Spline.

On rappelle également que cette relation s'exprime de manière matricielle

$$S(t) = P^T\, \mathrm{M}\, T(t) \quad ,$$

avec P le vecteur des points de contrôles,

$$T(t) = \begin{pmatrix} t^3 \\ t^2 \\ t \\ 1 \end{pmatrix} \quad \text{, et} \quad M = \begin{pmatrix} -1 & 3 & -3 & 1 \\ 3 & -6 & 0 & 4 \\ -3 & 3 & 3 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} .$$

Soit 5 points quelconques A, B, C, D, et E du plan ou de l'espace. Un défini la B-Spline cubique uniformes associée à ces 5 sommets. C'est à dire que l'on considère la courbe $S_1(t)$ associée aux sommets (A,B,C,D), et la courbe $S_2(t)$ associée aux sommets (B,C,D,E).

Question 3 *1 point , 4 min.*

Dessinez ci-après 5 points du plan et les B-Spline $S_1(t)$ et $S_2(t)$ associées.

Question 4 *1 point , 4 min.*

Donnez l'expression sous forme matricielle (inutile de la développer) des courbes $S_1(t)$ et $S_2(t)$. On précisera en particulier ce que contient le vecteur P dans chacun des deux cas en fonctions des points de contrôles (A,B,C,D,E).

Question 5 *2 points , 15 min.*

Donnez l'expression de $S_1(1)$ en fonction de (A,B,C,D,E). Donnez l'expression de $S_2(0)$ en fonction de (A,B,C,D,E). Que peut-on en déduire ?

Question 6 *6 points , 25 min.*

En suivant la logique précédente, démontrez que les B-Splines cubiques uniformes sont des courbes C^2.